

www.stat.mju.ac.th/st203/

อุปกรณ์ 1. เครื่องคิดเลข ฐานสิบก็ได้

2. ตารางสถิติ สามารถ Download ได้ / บังคับซื้อ

การเข้าชั้นเรียน เริ่มสอน 13:05

เลิกสอน 14.20 / 14.25 แล้วแต่ผู้สอนกำหนด

ถ้าเลขเวลา 13:30 น. แล้ว อ.ผู้สอนไม่มา
สามารถยกเลิก class ได้.

บทที่ 1 บทนำ

- ชื่อ - นามสกุล คุณภาพ
- ที่อยู่ คุณภาพ
- เลขบัตร คุณภาพ
- วันเดือนปีเกิด → วันที่ 1, 2, ..., 31 จำนวน
- อายุ ปริมาณ ปี 1, 2, ..., 120 จำนวน
- เบอร์โทรศัพท์ คุณภาพ
- Email คุณภาพ
- อาชีพ คุณภาพ
- การศึกษา คุณภาพ
- สถานภาพสมรส คุณภาพ
- เพศ คุณภาพ

ข้อมูล (Data) :- ข้อเท็จจริงที่บันทึกตัวเลขหรืออักษร.

เพื่อแบ่งตามลักษณะ: จะแบ่งได้เป็น 2 ประเภท

1. ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data)

:- เป็นตัวเลขหรือตัวอักษร ไม่สามารถนำไปคำนวณได้

2. ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data)

:- เป็นตัวเลข สามารถคำนวณได้ เช่น

น้ำหนัก ส่วนสูง เวลาเรียน ค่าใช้จ่ายในแต่ละเดือน
อัตราดอกเบี้ย เงินปันผล

เพื่อแบ่งตามหมวด ๑: แบ่งได้ ๓ ๔ ประเภท

1. มาตราส่วนนาม (Nominal Scale)

11. ប៉ូតាស្យូម: ឈើក្តុំ ឆេះក្តុំ

ไม่สามารถบอกได้ว่า ดีกว่า กันหรือไม่

บ้าน ออชัย ภูมิสำนึก เลข ๙ สถานภาพสมรส

เงินฝากออมทรัพย์ เงินกู้ยืม ATM

2. ^{อันดับ/ลำดับ} ๖. เชิงอันดับ / ๖. ลำดับ (Ordinal Scale)

นอกจากแบ่งกลุ่มแล้ว สามารถอภิปราย

កម្រិត ៣ (ឈ្នួល ឥតមាន ប្រាក់)

เน้น ร: กับการศึกษา ทุนการศึกษา (๒๖๖ ๒๖๗ ๒๖๘)

ចំណូល (ប៉ុន្មាន រៀល ក៏ បាន)

ค่าเฉลี่ย (mean, ... , reason)

การวัดระยะ (Distance, ... , ระยะทาง)
 วัดความยาวของเส้นทางจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง
 หน่วย : เมตร / ไมล์

๑. ^{ระดับ/มาตรา}อันดับ (Interval Scale)

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

11. កង់ត្យូល (០) វ៉ែនស្យូរណ៍.

ថ្ងៃ (ឈ.ព.) ទំហំបង្កង (°C) ឆ្នាំ (0:00 ឈ.)

4. نسبة المقياس (Ratio Scale)

អាជ្ញាធរកំណត់ត្រាស្ថិតិ ដាក់ ០ សម្បូរណ៍.

เล่น ไปได้ ภายหลัง ปรุกันพลพลิต

ดอกเบี้ย 0 %

เพื่อจำแนกข้อมูลตามแหล่งที่มา แบ่งเป็น 2 ประเภท

1. ข้อมูลปฐมภูมิ (Primary Data)

เป็นข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมเอง เช่น แบบสอบถาม
การทดลอง การสังเกต การวัด การนับ

2. ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data)

เป็นข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมจากผู้ที่ได้เก็บรวบรวมไว้แล้ว
เช่น ข้อมูลปริมาณน้ำฝน จาก กรมอุตุนิยมวิทยา
ข้อมูลปริมาณการส่งออกสินค้าจากประเทศ จาก ก.พาณิชย์

การนำเสนอข้อมูล

1. โฉมแผ่นแบบแผน

เช่น บทความ

(ข้อความ)
บทความวิจารณ์

2. แบบแผน

เช่น ตาราง แผนภูมิ

วงกลม
เส้น
รูปทรง

นิยามศัพท์

1. ประชากร (Population) :- คน สัตว์ สิ่งของ พืช หรือ

สิ่งอื่น ๆ ที่สนใจศึกษาในขอบเขตที่กำหนด

ตัวอย่าง แบ่งเป็น 2 ประเภท

1.1 ประชากรจำกัด :- มีจำนวนได้ เช่น จำนวนผู้ป่วย
ใน ร.พ. จำนวน น.ศ. ในมหาวิทยาลัย

1.2 ประชากรอนันต์ :- ไม่สามารถระบุจำนวนได้ เช่น

2. ตัวอย่าง (Sample) :- บางส่วนของประชากรที่สนใจศึกษา

3. พารามิเตอร์ (Parameter) :- ค่าที่แสดงคุณลักษณะของประชากร

เช่น μ :- ค่าเฉลี่ยของประชากร

σ :- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

σ^2 :- ความแปรปรวนของประชากร

4. ค่าสถิติ (Statistic) :- ค่าที่แสดงคุณลักษณะของตัวอย่าง

เช่น $\bar{X}$:- ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

S :- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง

S^2 :- ความแปรปรวน

5. สถิติ (Statistics) :- ศาสตร์ที่ศึกษาเกี่ยวกับการรวบรวม

ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การตีความ

และสรุปผลจนนำไปสู่การตัดสินใจ

แบ่งเป็น 2 ประเภท

1). สถิติพรรณนา (Descriptive Statistics)

- การนำเสนอข้อมูล

บทสนทนา
การ
ภาษา

- การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

การวัดแนวโน้ม
การวัดการกระจาย
ค่าเฉลี่ย
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ความแปรปรวน

2). สถิติอนุมาน (Inference Statistics)

ผลสรุปจากข้อมูลที่เราได้มา: นำข้อมูลทั้งหมดไปสร้างตัว
ประมาณ โดย การประมาณค่าพารามิเตอร์ หรือ การทดสอบ
สมมติฐาน

กรณีศึกษา: น้ำจืด

■ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

ค่าเฉลี่ย (Mean) :- ผลรวมของค่าสังเกตทุกค่าหารด้วย
จำนวนค่าสังเกตทั้งหมด

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

x_i :- ค่าสังเกตแต่ละค่า

N :- ขนาดประชากร

μ :- ค่าเฉลี่ย ป.จ.ก

n :- ขนาดตัวอย่าง

$\bar{X}$:- ค่าเฉลี่ย ต.ย.

EX ตัวอย่างตาม ผู้ใช้บริการธนาคารจำนวน 10 คน พบว่า

ร.ย: เวลาในคิว คอยจนกว่าจะได้รับบริการ เป็นดังนี้

2, 3, 5, 4, 3, 4, 1, 2, 3, 3 (หน่วย: นาที)

จงคำนวณ ร.ย: เวลาเฉลี่ย ในคิวคอย.

วิธีทำ

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{2+3+5+\dots+3}{10} = 3$$

ผล
ร.ย: เวลาเฉลี่ย ในคิวคอย = 3 นาที

มัธยฐาน (Median) $\therefore$ ค่าที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน
 เพื่อเรียงค่าสลับจากน้อยไปมาก หรือ มากไปน้อย
 กรณีจำนวนค่าสลับเป็นเลขคี่

$$Me = \text{ค่า ณ ตำแหน่งที่ } \left(\frac{n+1}{2} \right)$$

เลขคู่

$$Me = \frac{\text{ค่า ณ ตำแหน่งที่ } \left(\frac{n}{2} \right) + \text{ค่า ณ ตำแหน่งที่ } \left(\frac{n}{2} + 1 \right)}{2}$$

EX จาก EX ร.ร. เวลาผดุง จงคำนวณมัธยฐานของ ร.ร. เวลาผดุง.

วิธีทำ 1. เรียงค่าสลับจากน้อยไปมาก

1 2 2 3 3 3 3 4 4 5
 (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)

$$2. Me = \frac{\text{ค่า ณ ตำแหน่งที่ } \left(\frac{10}{2} \right) + \text{ค่า ณ ตำแหน่งที่ } \left(\frac{10}{2} + 1 \right)}{2}$$

$$= \frac{3 + 3}{2} = 3$$

มัธยฐานของ ร.ร. เวลาผดุง = 3 นาที

EX อายุของพนักงานในแผนกจัดซื้อ เป็นดังนี้.

25, 30, 32, 40, 28, 35, 42

จงคำนวณมัธยฐานของอายุพนักงาน

(นิกะ: ปี)

วิธีทำ

1. เรียงค่าสลับจากน้อยไปมาก

25 28 30 32 35 40 42
 (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)

มัธยฐานของอายุ
 พนักงาน = 32 ปี

$$2. Me = \frac{\text{ค่า ณ ตำแหน่งที่ } \left(\frac{7+1}{2} \right)}{2} = 32$$

ฐานนิยม (Mode) $\therefore$ ค่าที่ปรากฏที่มีความถี่ (จำนวนซ้ำ) มากที่สุด
ข้อมูลบางชุดอาจมีฐานนิยม มากกว่า 1 ค่า หรือ อาจไม่มีเลย

EX จาก EX ด้าน: ผลการสอบ ฐานนิยม = 3

จาก EX ด้าน: ผลการสอบ ฐานนิยม = ไม่มี.

ชุดที่ 1 4, 4, 4, 4, 4 ค่าเฉลี่ย = 4

จุดที่ 2 2, 3, 4, 5, 6 คำหลัก = 4

1. พิสัย (Range) : ความแตกต่างระหว่างค่าสูง, ค่าต่ำสุดกับค่าสูงสุด
= ค่าสูงสุด - ค่าต่ำสุด

[illegible]

$n = 6$ 2 $\text{જાણક} = 6 - 2 = 4$

2. ความแปรปรวน (Variance)

จนมาถึง ค่าเฉลี่ยของ ผลรวมกำลังสองของค่านับแตกต่าง
ระหว่าง ค่าสังเกตแต่ละ ค่า กับ ค่าเฉลี่ย.

สูตรการหา $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$

สูตรหาค่า $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

EX จาก EX ๑: เวลาที่รอคอย จงคำนวน พิกัด และ ความแปรปรวน

วิธีที่ ๓ $\text{ผลต่าง} = 5 - 1 = 4$

$$\bar{x} = 3 \text{ kg/m}^3$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{[(2-3)^2 + (3-3)^2 + (5-3)^2 + (4-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2]}{9} = \frac{12}{9} = 1.33 \text{ นาที}^2$$

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

หมายถึง รากที่สองของความแปรปรวน ดังนั้น
หน่วยของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะเหมือนกับหน่วยของ
ข้อมูลต้นมา

EX จาก EX 8: ข: เวลาที่รอคอย จว. ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐาน

วิธีทำ $s^2 = 1.33$ จว. นาที^2

ดังนั้น $s = \sqrt{1.33} = \underline{1.15}$ จว.

EX สุ่มนักเรียน 5 คน แล้วนำน้ำหนัก 5 คน มาคำนวณ
เกี่ยวกับเงินเดือน ได้ ข้อมูลดังนี้

15, 20, 25, 30, 35 (หน่วย : พันบาท)

จงคำนวณ พิสัย ความแปรปรวน และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

วิธีทำ พิสัย : $35 - 15 = 20$

ดังนั้น พิสัยของเงินเดือน 20,000 บาท (20 : พันบาท)

ความแปรปรวน

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} ; \bar{x} = 25$$

$$= \frac{(15-25)^2 + (20-25)^2 + (25-25)^2 + (30-25)^2 + (35-25)^2}{4}$$

$$= \frac{100 + 25 + 0 + 25 + 100}{4} = \frac{250}{4} = 62.5 (\text{พันบาท})^2$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$s = \sqrt{62.5} = 7.91 \text{ พันบาท}$$

	time
1	2.00
2	3.00
3	5.00
4	4.00
5	3.00
6	4.00
7	1.00
8	2.00
9	3.00
10	3.00

Statistics

TIME

N	Valid	10
	Missing	0
Mean	ค่าเฉลี่ย	3.0000
Median	มัธยฐาน	3.0000
Mode	ฐานนิยม	3.00
Std. Deviation	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.15470
Variance	ความแปรปรวน	1.33333
Range	พิสัย	4.00
Minimum	ค่าต่ำสุด	1.00
Maximum	ค่าสูงสุด	5.00

	income
1	15.00
2	20.00
3	25.00
4	30.00
5	35.00

Statistics

INCOME

N	Valid	5
	Missing	0
Mean		25.0000
Std. Deviation		7.90569
Variance		62.50000
Range		20.00
Minimum		15.00
Maximum		35.00

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม

นิยามศัพท์

การทดลองสุ่ม (Random Experiments)

- การกระทำที่ก่อให้เกิดผลลัพธ์ ซึ่งสามารถหาไปได้ล่วงหน้าแต่

หาพบผลลัพธ์ที่แน่นอนไม่ได้

เช่น ผลประกอบการจากผลลงทุน

กำไร
เสมอ (ไม่ทุน)
ขาดทุน

แซมเปิลสเปซ (Sample Space)

- ชุดของผลลัพธ์ที่เน้นไปได้ทั้งหมด แทนด้วย S

เช่น จงเขียนแซมเปิลสเปซของผลประกอบการจากผลลงทุน

ของ 1 บริษัท

$S = \{ \text{กำไร, ไม่ทุน, ขาดทุน} \}$

Ex จงเขียนแซมเปิลสเปซของผลประกอบการจากผลลงทุน

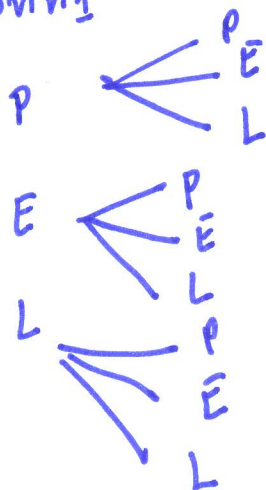
ของ 2 บริษัท

Profit - กำไร
Loss - ขาดทุน
Equal.

$S = \{ (P,P), (P,E), (P,L), (E,P), (E,L), (L,L), (E,E), (L,E), (L,P) \}$

บริษัทที่ 1

บริษัทที่ 2



เหตุการณ์ (Event)

-: เหตุการณ์ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการทำงานของสุ่ม แทนด้วย E หรือ อักษรอื่น ๆ

EX จงเขียนเหตุการณ์ที่ ผลประกอบการอย่างน้อย 1 บริษัท ได้กำไร

$$E = \{(P, P), (P, E), (P, L), (E, P), (L, P)\}$$

ตัวแปรสุ่ม (Random Variable)

-: ตัวแปรที่มีค่าเป็นตัวเลข ซึ่งกำหนดให้ กับ ผลลัพธ์ที่ได้จากการทำงานของ

EX กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนบริษัทที่มีผลประกอบการกำไร (มี 2 บริษัท)

$$X = 0, X = 1, X = 2$$

ตัวแปรสุ่มแบ่งออกเป็น 2 ประเภท

1. ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete R.V.)

-: จำนวนเต็ม นับได้ / นับไม่ได้

เช่น จำนวนผู้เข้าใน ร.พ. จำนวนสินค้าที่ผลิตในแต่ละวัน

2. ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous R.V.)

-: มีค่าต่อเนื่องกันในช่วงหนึ่ง ๆ (วัดได้)

เช่น อัตราดอกเบี้ย เงินปันผล ราคาสินค้า

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม (Expected Value of R.V.)

กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ~~ค่าคาดหวัง~~ ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X เขียนแทนด้วย $E(X)$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของผลคูณจากค่าคาดหวัง: $\sum x_i p_i$ ของตัวแปรสุ่ม

กรณีแบบไม่ต่อเนื่อง

$\forall$ $\therefore$ for all

$$E(X) = \sum_{\text{all } x} x P(X=x)$$

คุณสมบัติของค่าคาดหวัง

ให้ x และ y เป็นตัวแปรสุ่ม a, b เป็นค่าคงที่

1. $E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$; $E(b) = b$; $E(aX) = aE(X)$

2. $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$

3. $E(XY) = E(X)E(Y)$ เมื่อ x และ y เป็นอิสระกัน

EX ในกรณีลงทุนผลิตสินค้า ของโรงงานแห่งหนึ่ง พบว่า

ความต้องการสินค้า โรงงานได้กำไร 1,000,000 บาท $\therefore 0.3$

ความต้องการ 200,000 $\therefore 0.6$ และ

ความต้องการ $\therefore 0.1$ ลงทุนค่าคงที่

ของโรงงานผลิตสินค้า และในปีต่อไปบริษัทของโรงงานนี้จะมี

วิธีทำ ให้ x เป็นตัวแปรสุ่ม แทน ผลกำไร/ขาดทุน.

x	1,000,000	-200,000	0
$P(X=x)$	0.3	0.6	0.1

$$\sum_{\text{all } x} P(X=x) = 1$$

$$E(X) = \sum_{\text{all } x} x P(X=x)$$

$$= (1,000,000 \times 0.3) + (-200,000 \times 0.6) + (0 \times 0.1)$$

$$= 180,000$$

บาท

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม (Variance of R.V.)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ความแปรปรวนของ X เขียนแทนด้วย $V(X)$ หรือ $\text{Var}(X)$ หมายถึง ค่าที่วัดในหน่วยสองลักษณะ: การกระจายของค่าตัวแปรสุ่มที่แตกต่างไปจากค่าคาดหวัง หรือสองเหลี่ยมเฉลี่ยใด ค่าเฉลี่ยจาก

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\text{โดย } E(X^2) = \sum_{\text{all } x} x^2 P(X=x)$$

คุณสมบัติ

กำหนด X และ Y เป็นตัวแปรสุ่ม a และ b เป็นค่าคงที่

$$1. V(aX \pm b) = a^2 V(X) ; V(aX) = a^2 V(X) \\ V(b) = 0$$

$$2. V(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$$

EX พบแจกแจงความน่าจะเป็นที่ใส่รถเข้ามาใช้ที่จอดรถก่อนเห็นตัว

จำนวนรถ (X)	3	7	10	15
ความน่าจะเป็น $P(X=x)$	0.4	0.3	0.2	0.1

จงคำนวณ ค่าคาดหวังและ ความแปรปรวนของจำนวนรถที่เข้าหาใช้ที่จอดรถ.

วิธีที่ 9 ให้ X แทน จำนวนรถ

$$E(X) = \sum_{\text{all } x} x P(X=x)$$

$$= (3 \times 0.4) + (7 \times 0.3) + (10 \times 0.2) + (15 \times 0.1)$$

$$= 1.2 + 2.1 + 2 + 1.5 = 6.8$$

ค่าคาดหวังของจำนวนรถที่เข้ามารับบริการ = 6.8 ≈ 7 คัน

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X^2) = \sum_{\text{all } x} x^2 P(X=x)$$

$$= (3^2 \times 0.4) + (7^2 \times 0.3) + (10^2 \times 0.2) + (15^2 \times 0.1)$$

$$= 3.6 + 14.7 + 20 + 22.5 = 60.8$$

$$V(X) = 60.8 - (6.8)^2 = 14.56$$

ความแปรปรวนของจำนวนรถที่เข้ามารับบริการ = 14.56 คัน²

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 3.81 คัน

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....กลุ่มที่.....
สาขาวิชา.....วันที่.....

6.2) 5 7 5 9 8 7

Mean

Median

Mode

Variance

Standard Deviation

$$\rightarrow E(X) = 24 \quad V(X) = 9$$

7. ข้อมูล 2 ชุดคือ ชุด X และชุด Y ถ้าข้อมูลชุด X มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24 และความแปรปรวนเท่ากับ 9 และข้อมูลชุดที่สองมีความสัมพันธ์คือ $Y = \frac{4}{6}X - 5$ จงหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ Y

$$\begin{aligned} E(Y) &= E\left(\frac{4}{6}X - 5\right) = \frac{4}{6}E(X) - 5 \\ &= \left(\frac{4}{6} \times 24\right) - 5 = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= V\left(\frac{4}{6}X - 5\right) = \left(\frac{4}{6}\right)^2 V(X) \quad ; V(5) = 0 \\ &= \left(\frac{4}{6}\right)^2 \times 9 = \frac{16}{36} \times 9 = 4 \end{aligned}$$

บทปฏิบัติการที่ 1 ส่วนทฤษฎีบทที่ 18 ก.ค. 62