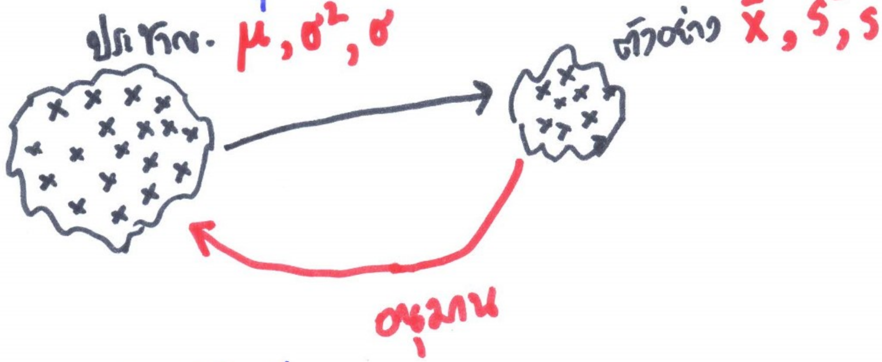
บทที่ 2

การอนุมานเชิงสถิติ



การอนุมานเชิงสถิติ มี 2 ลักษณะ

1. การประมาณค่าพารามิเตอร์
2. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์

การประมาณค่า มี 2 แบบ

1. การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation)

ใช้ค่าเพียงค่าเดียวที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่าง นำไปสรุปลักษณะข้อมูลประชากร เช่น คำนวณเงินปันผลเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างลูกค้าบริษัทแห่งหนึ่งได้ 12,000 บาทต่อปี จะนำไปอ้างได้ว่า เงินปันผลเฉลี่ยของกลุ่มลูกค้าทั้งหมด เท่ากับ 12,000 บาทต่อปีด้วย ซึ่งในความเป็นจริง จะมีความคลาดเคลื่อนสูง

2. การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation)

ประมาณค่าในรูปแบบของช่วง โอกาสที่จะมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า การประมาณค่าแบบจุด

กำหนดให้ $P[L \le \theta \le U] = 1-\alpha$

เมื่อ θ เป็นพารามิเตอร์ใดๆ μ, σ^2, σ

L ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง

U ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน

$1-\alpha$ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น / ระดับความเชื่อมั่น

(1-α)100% ช่วงความเชื่อมั่น

การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

<u>EX</u> ข้อมูลประชากรชุดหนึ่ง มีค่าสังเกตดังนี้

2, 4, 6, 8

สุ่มตัวอย่างขนาด 2 แบบแทนที่ จงแสดงว่า $\mu_{\bar{x}} = \mu$

และ: $\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}$

<u>วิธีทำ</u>

$$\mu = \frac{2+4+6+8}{4} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(8-5)^2}{4} = 5$$

$n = 2$

ชุดที่	ต.ย.ที่เป็นไปได้	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$\bar{x}$	ชุดที่	ต.ย.ที่เป็นไปได้	$(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})^2$	$\bar{x}$
1	2,2	9	2	9	6,2	1	4
2	2,4	4	3	10	6,4	0	5
3	2,6	1	4	11	6,6	1	6
4	2,8	0	5	12	6,8	4	7
5	4,2	4	3	13	8,2	0	5
6	4,4	1	4	14	8,4	1	6
7	4,6	0	5	15	8,6	4	7
8	4,8	1	6	16	8,8	9	8

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{2+3+4+\dots+8}{16} = \frac{80}{16} = 5 \; ; \boxed{\mu_{\bar{x}} = \mu}$$

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{(2-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+\dots+(8-5)^2}{16} = \frac{40}{16} = \frac{5 \rightarrow \sigma^2}{2 \rightarrow n}$$

$$\boxed{\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad ; \quad Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \quad ; \quad \mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma^2/n} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

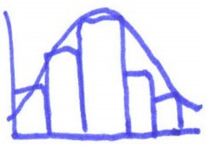
$$\boxed{Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}$$

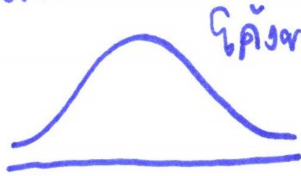
www.stat.mju.ac.th/st203

18 ก.ค.62

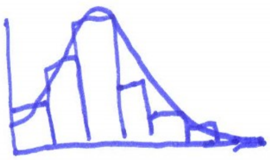
$X \overset{\text{มีการแจกแจง}}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$

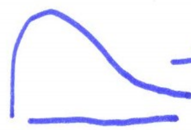
N → Normal - ปรกติ



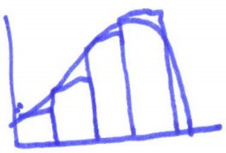


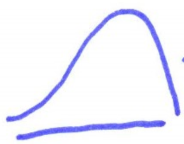
โค้งของการแจกแจงปรกติ
สมมาตรรูประฆังคว่ำ





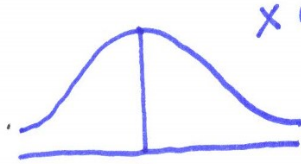
→ โค้งเบ้ขวา





→ โค้งเบ้ซ้าย.

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ → $E(X) = \mu$, $V(X) = \sigma^2$



μ

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$E(Z) = E\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma} E(X - \mu)$$

$E(3) = 3$

$$= \frac{1}{\sigma}\left[\cancel{E(X)}^{\mu} - \cancel{E(\mu)}^{\mu}\right]$$

$$= 0$$

$$V(Z) = V\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= V\left(\frac{1}{\sigma}\cdot(X-\mu)\right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^2 V(X-\mu)$$

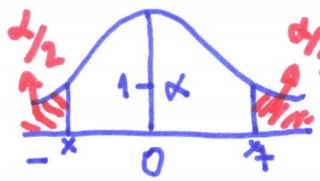
$$= \frac{1}{\sigma^2}\left[\cancel{V(X)}^{\sigma^2} - \cancel{V(\mu)}^{0}\right] \quad ; \quad V(3) = 0$$

$$= 1$$

$$Z \sim N(0, 1)$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \quad -; \quad Z \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$



$P(L \leq \theta \leq U) = 1-\alpha$

พื้นที่ใต้โค้งมีค่าความน่าจะเป็น = 1

$Z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ → ประมาณค่า

$$P(-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$$

$$P\left(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(-z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n} \leq \bar{x}-\mu \leq z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(-\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n} \leq -\mu \leq -\bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$$

เอา (-1) คูณ/เครื่องหมายอสมการกลับด้าน

$$P\left(\bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n} \geq \mu \geq \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\boxed{\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

นั่นคือช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ

กรณี 1 ทราบ σ^2

กรณี 2 ไม่ทราบ σ^2 แต่ $n \geq 30$

$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n}$$

กรณี 3 ไม่ทราบ σ^2 และ $n < 30$

$$\bar{x} - t_{\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n}$$ ที่ d.f. = $n-1$

ν (นิว)

degree of freedom

EX สุ่มพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งจำนวน 64 คน พบว่าได้เงินเดือนเฉลี่ย 20,000 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,000 บาท จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 95% ของเงินเดือนเฉลี่ยพนักงานทั้งหมดในบริษัท

วิธีทำ $n = 64, \quad \bar{x} = 20{,}000, \quad S = 1{,}000$

กรณี 2 $\quad z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.05}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% $= (1-\alpha)100\%$

$$0.95 \times 100\% = (1-\alpha)100\%$$

$$0.95 = 1-\alpha$$

$$\alpha = 1-0.95 = 0.05$$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานทั้งหมดในบริษัทอยู่ระหว่าง

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S/\sqrt{n} \le \mu \le \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S/\sqrt{n}$$

$$20{,}000 - \left[1.96 \times \frac{1000}{\sqrt{64}}\right] \le \mu \le 20{,}000 + \left[1.96 \times \frac{1{,}000}{\sqrt{64}}\right]$$

$$19755 \le \mu \le 20{,}245 \text{ บาท}$$

EX สุ่มพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งจำนวน 25 คน พบว่าได้เงินเดือนเฉลี่ย 20,000 บาท โดยทราบว่าความแปรปรวนของเงินเดือนพนักงานทั้งหมดเท่ากับ 1,000,000 บาท^2 จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 90% ของเงินเดือนเฉลี่ยพนักงานทั้งหมดในบริษัท

วิธีทำ $n = 25, \quad \bar{x} = 20{,}000, \quad \sigma^2 = 1{,}000{,}000$ กรณี 1 $z_{\frac{\alpha}{2}}$

ช่วงความเชื่อมั่น 90% $= (1-\alpha)100\%$; $\alpha = 1-0.9 = 0.1$

$0.9 \times 100\% = (1-\alpha)100\%$; $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.1}{2}} = z_{0.05} = 1.645$

$0.9 = 1-\alpha$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 90% เงินเดือนเฉลี่ยพนักงานทั้งหมดในบริษัท

อยู่ระหว่าง

$$\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma/\sqrt{n} \le \mu \le \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma/\sqrt{n}$$

$$20{,}000 - \left[1.645 \times \frac{1{,}000}{\sqrt{25}}\right] \le \mu \le 20{,}000 + \left[1.645 \times \frac{1{,}000}{\sqrt{25}}\right]$$

$$\underline{19{,}671} \le \mu \le \underline{20{,}329} \text{ บาท}$$

EX สุ่มพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งจำนวน 16 คน พบว่าได้เงินเดือนเฉลี่ย 20,000 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,000 บาท จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 95% ของเงินเดือนเฉลี่ยพนักงานทั้งหมดในบริษัท หากทราบว่าเงินเดือนของพนักงาน มีการแจกแจงปกติ

วิธีทำ $n = 16$, $\bar{X} = 20{,}000$, $S = 1{,}000$, $\alpha = 0.05$

กรณี 3 $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{\frac{0.05}{2}, 16-1} = t_{0.025, 15} = 2.131$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% เงินเดือนเฉลี่ยพนักงานทั้งหมดในบริษัท

อยู่ระหว่าง

$$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S/\sqrt{n} \le \mu \le \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S/\sqrt{n}$$

$$20{,}000 - \left[2.131 \times \frac{1{,}000}{\sqrt{16}}\right] \le \mu \le 20{,}000 + \left[2.131 \times \frac{1{,}000}{\sqrt{16}}\right]$$

$$\_\_\_\_ \le \mu \le \_\_\_\_ \text{ บาท}$$

22 ก.ค. 62

การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ย 2 ประชากรกรณีเป็นอิสระ

มี 4 กรณี

1. ทราบ σ_1^2, σ_2^2 ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ $\mu_1-\mu_2$ อยู่ระหว่าง

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \mu_1-\mu_2 \leq (\bar{X}_1-\bar{X}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

2. ไม่ทราบ σ_1^2, σ_2^2 แต่ $n_1 \geq 30$, $n_2 \geq 30$

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$$

3. ไม่ทราบ σ_1^2, σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ $n_1 < 30$, $n_2 < 30$; $\nu = n_1+n_2-2$

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$$ เมื่อ $S_p^2 = \dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

4. ไม่ทราบ σ_1^2, σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ และ $n_1 < 30$, $n_2 < 30$

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n}} \; ; \; \nu = \frac{\left[S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2\right]^2}{\frac{\left[S_1^2/n_1\right]^2}{n_1-1}+\frac{\left[S_2^2/n_2\right]^2}{n_2-1}}$$

EX บริษัทขายปลีกแห่งหนึ่งต้องการประมาณผลต่างยอดขายเฉลี่ยต่อเดือนของร้านค้าใน จ.เชียงใหม่ และ จ.เชียงราย จึงสุ่มร้านค้าใน จ.เชียงใหม่มา 36 ร้าน พบว่า มียอดขายเฉลี่ยต่อเดือน 5 แสนบาท ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 แสนบาท และสุ่มร้านค้าใน จ.เชียงราย มา 36 ร้าน พบว่า มียอดขายเฉลี่ยต่อเดือน 3 แสนบาท ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1 แสนบาท จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 99% ของผลต่างยอดขายเฉลี่ยต่อเดือนของร้านค้าทั้งหมดใน จ.เชียงใหม่ และ จ.เชียงราย.

วิธีทำ กำหนดให้ 1 -: จ.เชียงใหม่ 2 -: จ.เชียงราย.

$$n_1 = 36, \ \bar{X}_1 = 5, \ S_1 = 2$$

$$n_2 = 36, \ \bar{X}_2 = 3, \ S_2 = 1$$

ช่วงความเชื่อมั่น 99% $= (1-\alpha)100\%$

$$0.99 \times 100\% = (1-\alpha)100\%$$

$$0.99 = 1-\alpha$$

$$\alpha = 1-0.99 = 0.01$$

กรณี 2 ; $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.01}{2}} = z_{0.005} = 2.576$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 99% ผลต่างยอดขายเฉลี่ยต่อเดือนของร้านค้าทั้งหมดใน จ.เชียงใหม่ และเชียงราย อยู่ในช่วง

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}} \le \mu_1-\mu_2 \le (\bar{X}_1-\bar{X}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$(5-3) - \underbrace{\left[2.576 \times \sqrt{\frac{2^2}{36}+\frac{1^2}{36}}\right]}_{=0.96} \le \mu_1-\mu_2 \le (5-3) + \left[2.576 \times \sqrt{\frac{2^2}{36}+\frac{1^2}{36}}\right]$$

$$\overset{1.04}{1.05} \le \mu_1-\mu_2 \le \overset{2.96}{2.95} \text{ แสนบาท}$$

EX สุ่มร้านค้าในจ.เชียงใหม่ 12 ร้าน พบว่ามียอดขายเฉลี่ยต่อเดือน 5 แสนบาท ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 แสนบาท และสุ่มร้านค้าในจ.เชียงราย 8 ร้าน พบว่ามียอดขายเฉลี่ยต่อเดือน 3 แสนบาท ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1 แสนบาท จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 99% ของผลต่างยอดขายเฉลี่ยของร้านค้าทั้งหมด จาก 2 จังหวัด หากพบว่า ยอดขายทั้ง 2 จังหวัด มีการแจกแจงปกติด้วยความแปรปรวนเท่ากัน $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

วิธีทำ ให้ ① ∴ จ.เชียงใหม่ ② ∴ เชียงราย.

$n_1 = 12,\ \bar{x}_1 = 5,\ s_1 = 2\ ;\ n_2 = 8,\ \bar{x}_2 = 3,\ s_2 = 1$

$\alpha = 0.01$

เปิดตาราง $t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} = t_{\frac{0.01}{2}, 12+8-2} = t_{0.005, 18} = 2.878$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{[(12-1)2^2] + [(8-1)1^2]}{12+8-2}$$

$= 2.83$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 99% ผลต่างยอดขายเฉลี่ยของร้านค้าทั้งหมดจาก 2 จังหวัดอยู่ระหว่าง

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$= (5-3) \pm \left(2.878 \times \sqrt{2.83\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right)}\right)$$

2.42

$= 2 \pm \underline{2.21}$

$= \underline{-0.21}$ และ $\underline{4.21}$ แสนบาท

EX จาก EX ที่แล้ว หากทราบว่ายอดขาย ทั้ง 2 จังหวัด มีการแจกแจง ปกติ ด้วยความแปรปรวนไม่เท่ากัน $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

วิธีทำ กรณี 4 $t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$

$$\nu = \frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1 - 1} + \frac{\left[S_2^2/n_2\right]^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left[\frac{2^2}{12} + \frac{1^2}{8}\right]^2}{\frac{\left[\frac{2^2}{12}\right]^2}{11} + \frac{\left[\frac{1^2}{8}\right]^2}{7}}$$

1.57

17.5

$= 17.03$

≈ 17

$$t_{\frac{0.01}{2}, 17} = t_{0.005, 17} = 2.898$$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 99% ผลต่างยอดขายเฉลี่ยของร้านค้าทั้งหมด จาก 2 จังหวัด อยู่ระหว่าง

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$= (5-3) \pm \left(2.898 \times \sqrt{\frac{2^2}{12} + \frac{1^2}{8}}\right]$$

$$= 2 \pm \underline{1.96} \qquad \cancel{0.61}$$

$= \underline{0.04}$ และ $\underline{3.96}$ แสนบาท

25 ก.ค. 62

EX จากรายงานประจำปีของบริษัท ระบุว่า ยอดขายในแต่ละเดือน ของร้านค้าทั้งหมดใน จ. เชียงใหม่ มีความแปรปรวน (σ^2) 4 (แสนบาท)^2 และ ~~ยอด~~ ใน จ. เชียงราย มีความแปรปรวน 1 (แสนบาท)^2 บริษัทต้องการประมาณความแตกต่างของยอดขายเฉลี่ยของร้านค้าทั้งหมดจาก 2 จังหวัด ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% จึงสุ่มร้านค้าใน จ. เชียงใหม่ 36 ร้าน พบว่า มียอดขายเฉลี่ย 5 แสนบาท และสุ่มร้านค้าใน จ. เชียงราย 25 ร้าน พบว่า มียอดขายเฉลี่ย 3 แสนบาท

วิธีทำ ให้ 1 -: เชียงใหม่ 2 -: เชียงราย.

$\sigma_1^2 = 4$, $\sigma_2^2 = 1$; $\alpha = 0.05$

$n_1 = 36$, $\bar{x}_1 = 5$, $n_2 = 25$, $\bar{x}_2 = 3$

กรณี 1 $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.05}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% ความแตกต่างของยอดขายเฉลี่ยของร้านค้าทั้งหมดจาก 2 จังหวัด อยู่ระหว่าง

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \le \mu_1 - \mu_2 \le (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(5-3) - \underbrace{\left[1.96 \times \sqrt{\frac{4}{36} + \frac{1}{25}}\right]}_{= 0.76} \le \mu_1 - \mu_2 \le (5-3) + \left[1.96 \times \sqrt{\frac{4}{36} + \frac{1}{25}}\right]$$

$$\underline{1.24} \le \mu_1 - \mu_2 \le \underline{2.76} \text{ แสนบาท}$$

การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของสองประชากรที่ไม่เป็นอิสระกัน (สัมพันธ์กัน)

เมื่อมีการเก็บข้อมูล 2 ครั้ง จากหน่วย (คน/สัตว์/สิ่งของ/อื่นๆ) เดียวกัน

เช่น คะแนนสอบ ก่อนและหลัง การอบรม ของพนักงาน แต่ละคน

น้ำหนัก ก่อนและหลัง การทดลองลดน้ำหนัก ของ คน แต่ละคน

อุณหภูมิช่วงเช้า และ บ่าย ในห้องเรียนแต่ละห้อง

กำหนดให้ d_i = ผลต่างของค่าสังเกตแต่ละคู่

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \quad ; \quad S_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

โดย $$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_d/\sqrt{n}}$$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ค่าประมาณสำหรับ μ_d อยู่ระหว่าง

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S_d/\sqrt{n} \le \mu_d \le \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S_d/\sqrt{n} \quad ; \nu = n-1$$

EX ยอดขาย สินค้าของพนักงานบริษัท ขายตรงแห่งหนึ่ง ที่สุ่มมา 10 คน ก่อนและหลังอบรมการขาย เป็นดังนี้ (หน่วย: พันบาท)

พนักงาน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ก่อนอบรม	5	8	7	6	10	9	8	9	7	11
หลังอบรม	9	10	10	8	12	11	12	8	7	13 (13)

จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 90% ของผลต่างยอดขายเฉลี่ยก่อนและหลังการอบรมของพนักงานทั้งหมด.

วิธีทำ d_i = หลัง - ก่อน

พนักงาน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_i	4	2	3	2	2	2	4	(-1)	0	2

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{4+2+\dots+2}{10} = 2$$

$$S_d^2 = \frac{(4-2)^2+(2-2)^2+(3-2)^2+0+0+0+(4-2)^2+(-1-2)^2+(0-2)^2+(2-2)^2}{10-1}$$

$$= \frac{4+0+1+0+0+0+4+9+4+0}{9} = \frac{22}{9} = 2.44$$

$S_d = 1.56$ ช่วงความเชื่อมั่น 90% $\Rightarrow \alpha = 0.1$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{\frac{0.1}{2}, 10-1} = t_{0.05, 9} = 1.833$$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 90% ผลต่างยอดขายเฉลี่ยก่อนและหลังอบรม
ของพนักงานทั้งหมด อยู่ระหว่าง

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot {}^{sd}/_{\sqrt{n}} \leq \mu_d \leq \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot {}^{sd}/_{\sqrt{n}}$$

$$2 - \left[1.833 \times \frac{1.56}{\sqrt{10}}\right] \leq \mu_d \leq 2 + \left[1.833 + \frac{1.56}{\sqrt{10}}\right]$$

0.9

$$\underline{1.10} \leq \mu_d \leq \underline{2.90} \text{ พันบาท}$$

4.33

การประมาณสัดส่วนประชากร

ให้ p -: สัดส่วนของประชากร

$\hat{p}$ -: " " ตัวอย่าง ; $\hat{p} = \frac{a}{n}$

a -: จำนวนสิ่งที่สนใจ

n -: ขนาดตัวอย่าง (จำนวนของที่มีอยู่)

เช่น สัดส่วนของผู้ที่ได้รับเงินปันผลมากกว่า 10,000 บาทเท่ากับ 0.25

" " ถือหุ้นที่ถือหุ้นมากกว่า 100 หุ้น เท่ากับ 0.65

เมื่อ n มาก $\hat{p}$ เข้าใกล้การแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย

$E(\hat{p}) = p$ และ $V(\hat{p}) = \frac{pq}{n}$ โดย $q = 1-p$

การบ้านบทปฏิบัติการ 2

รหัสลงท้ายด้วย 1 และ 6 ทำข้อ 1, 6, 11, 16

〃———〃 2 และ 7 〃 2, 7, 12, 17

〃———〃 3 และ 8 〃 3, 8, 13, 18

〃———〃 4 และ 9 〃 4, 9, 14, 19

〃———〃 5 และ 0 〃 5, 10, 15, 20

~~ส่ง~~ 2 ข้อแรก ส่งวันที่ 8 ส.ค. 62

ดังนั้น $z = \dfrac{\hat{p} - E(\hat{p})}{\sqrt{V(\hat{p})}} = \dfrac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$; $z = \dfrac{x - \mu}{\sigma}$

$z = \dfrac{x - E(x)}{\sqrt{V(x)}}$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\%$ ค่าประมาณสำหรับ p อยู่ระหว่าง

$$\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

1 ส.ค. 62

EX ฝ่ายวิจัยตลาดของบริษัทแห่งหนึ่งต้องการทราบว่าประชาชนนิยมใช้ผลิตภัณฑ์ของบริษัทหรือไม่ จึงสุ่มประชาชนมา 500 คน พบว่าใช้ผลิตภัณฑ์ของบริษัท 280 คน จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 95% ของสัดส่วนประชาชนทั้งหมดที่ใช้ผลิตภัณฑ์ของบริษัท

วิธีทำ จาก $n = 500$

a = จำนวนประชาชนที่ใช้ผลิตภัณฑ์ = 280

$\hat{p} = \dfrac{a}{n} = \dfrac{280}{500} = \underline{0.56}$; $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.44$

$\alpha = 0.05$, $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.05}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% สัดส่วนของประชาชนที่ใช้ผลิตภัณฑ์ของบริษัทอยู่ระหว่าง

$$\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

0.04

$$0.56 - \left[1.96 \times \sqrt{\frac{(0.56)(0.44)}{500}}\right] \leq p \leq 0.56 + \left[1.96 \times \sqrt{\frac{(0.56)(0.44)}{500}}\right]$$

$$\underline{0.52} \leq p \leq \underline{0.60}$$

การประมาณผลต่างสัดส่วนประชากร

ให้ $\hat{p}_1$ -: สัดส่วนของตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรที่ 1

$\hat{p}_2$ -: " ——— " 2

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ -: ผลต่างสัดส่วนของตัวอย่าง

เมื่อ n_1, n_2 มีค่ามาก $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงปกติ โดย $E(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = p_1 - p_2$ และ $V(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{2}}}$$

โดย $q_1 = 1 - p_1$ และ $q_2 = 1 - p_2$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\%$ สำหรับ $p_1 - p_2$ อยู่ระหว่าง

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

โดย $\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1$ และ $\hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2$

Ex สุ่มประชาชนใน อ.สันทราย จำนวน 300 คน พบว่า ออมทรัพย์กับธนาคาร จำนวน 240 คน และสุ่มประชาชนใน อ.แม่ริม จำนวน 200 คน พบว่า ออมทรัพย์กับธนาคาร 140 คน จงสร้างช่วงความ~~ที่เชื่อ~~ เชื่อมั่น 90% ของผลต่างสัดส่วนประชาชนที่ออมทรัพย์จาก 2 อำเภอ

วิธีทำ ให้ a -: จำนวนประชาชนที่ออมทรัพย์กับธนาคาร

n -: " ——— " ที่สุ่มมา

(1) -: อ.สันทราย $\hat{p}_1 = \frac{a_1}{n_1} = \frac{240}{300} = 0.8$; $\hat{q}_1 = 1 - 0.8 = 0.2$

(2) -: อ.แม่ริม $\hat{p}_2 = \frac{a_2}{n_2} = \frac{140}{200} = 0.7$; $\hat{q}_2 = 1 - 0.7 = 0.3$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 90% ผลต่างสัดส่วนประชากรที่ออมทรัพย์จาก 2 อำเภอ อยู่ในช่วง

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$= (0.8 - 0.7) \pm \left[1.645 \times \sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{300} + \frac{(0.7)(0.3)}{200}}\right]$$

$$= 0.1 \pm \underline{0.065} \quad 0.03$$

$$= \underline{0.035} \text{ และ } \underline{0.165}$$

การประมาณความแปรปรวนของประชากร

กำหนดให้ σ^2 หมายถึงความแปรปรวนของประชากร

s^2 " ~~~~ n ตัวอย่าง

$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงไคกำลังสอง (Chi-Square Distribution)

โค้งการแจกแจงเบ้ขวา 

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ^2 อยู่ในช่วง

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \quad \text{ที่ } \nu = n-1$$

EX สุ่มลูกค้า 10 คน พบว่าได้รับเงินปันผลเฉลี่ย 12,000 บาทด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 บาท จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 95% ของความแปรปรวนของเงินปันผลที่ลูกค้าทั้งหมดของบริษัทได้รับ

วิธีทำ $n = 10$, $\bar{x} = 12{,}000$, $s = 200$, $\alpha = 0.05$

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = \chi^2_{\frac{0.05}{2}, 10-1} = \chi^2_{0.025, 9} = 19.0228$$

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} = \chi^2_{1-\frac{0.05}{2}, 10-1} = \chi^2_{0.975, 9} = 2.70039$$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 95% ความแปรปรวนของเงินปันผลที่ลูกค้าทั้งหมดได้รับอยู่ระหว่าง

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

$$\frac{(10-1)200^2}{19.0228} \le \sigma^2 \le \frac{(10-1)200^2}{2.70039}$$

$$18{,}924.66 \le \sigma^2 \le 133{,}314.08 \text{ บาท}^2$$

สำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ป.ช.ก

$\_\_\_\_ \le \sigma \le \_\_\_\_$ บาท

การประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร 2 ชุด

กำหนดให้ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ หมายถึง อัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร

s_1^2/s_2^2 n ——— n ตัวอย่าง

$$F = \frac{s_1^2/s_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2}$$ มีการแจกแจงเอฟ (F Distribution)

โค้งของการแจกแจงเบ้ขวา.

ที่ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ σ_1^2/σ_2^2 อยู่ระหว่าง

โดย $F_{1-\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2} = \dfrac{1}{F_{\frac{\alpha}{2},\nu_2,\nu_1}}$

<u>EX</u> สุ่มลูกค้าบริษัท ก จำนวน 9 คน พบว่าได้รับเงินปันผลด้วยความแปรปรวน 90,000 บาท^2 สุ่มลูกค้าบริษัท ข จำนวน 7 คน พบว่าได้รับเงินปันผลด้วยความแปรปรวน 40,000 บาท^2 จงสร้างช่วงความเชื่อมั่น 90% ของอัตราส่วนความแปรปรวนของเงินที่ลูกค้าได้รับ จาก 2 บริษัท

<u>วิธีทำ</u> ให้ ① : ก ② : ข.

$n_1 = 9$, $s_1^2 = 90{,}000$, $n_2 = 7$, $s_2^2 = 40{,}000$

$\alpha = 0.1$

$$F_{\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2} = F_{\frac{0.1}{2},9-1,7-1} = F_{0.05,8,6} = \underline{4.15}$$

$$F_{1-\frac{\alpha}{2},\nu_1,\nu_2} = F_{1-\frac{0.1}{2},9-1,7-1} = F_{0.95,8,6} = \frac{1}{F_{0.05,6,8}}$$

$$= \frac{1}{3.58} = \underline{0.28}$$

ที่ช่วงความเชื่อมั่น 90% อัตราส่วนความแปรปรวนของเงินที่ลูกค้าได้รับจาก 2 บริษัทอยู่ระหว่าง

$$\frac{s_1^2}{s_2^2 F_{\frac{\alpha}{2}}} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{s_1^2}{s_2^2 F_{1-\alpha/2}}$$

$$\frac{90{,}000}{40{,}000(4.15)} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{90{,}000}{40{,}000(0.28)}$$

$$\underline{0.54} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \underline{8.04}$$

5 ส.ค. 62

การทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐาน (Hypothesis) :- ความเชื่อของบุคคลหรือองค์กร ซึ่งอาจเป็นจริงหรือเท็จก็ได้ เช่น เจ้าของร้านค้าปลีก คาดว่าจะได้กำไรสุทธิจากการขายสินค้าต่อปีไม่ต่ำกว่า 1 ล้านบาท

ในแง่ของสถิติ สมมติฐานแบ่งเป็น 2 ประเภท

1. สมมติฐานว่าง (Null Hypothesis)

เป็นสมมติฐานที่กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ (เช่น μ, σ, σ^2, P) มีค่าเท่ากับค่าใดค่าหนึ่ง ($=, \leq, \geq$) ใช้สัญลักษณ์ H_0

เช่น บริษัท คาดว่าเงินปันผลเฉลี่ยที่จ่ายให้กับลูกค้าไม่น้อยกว่า 10,000 บาท

μ $\geq$

$H_0 : \mu \geq 10,000$

2. สมมติฐานทางเลือก (Alternative Hypothesis)

เป็นสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมาเพื่อให้ขัดแย้งกับสมมติฐานว่าง ใช้สัญลักษณ์ H_1 หรือ H_a

$H_1 : \mu < 10,000$

EX จากข้อความต่อไปนี้ จงตั้ง H_0 หรือ H_1

1. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ย(μ)ของแต่ละครัวเรือน มากกว่า($>$) 20,000 บาท

$H_1 : \mu > 20,000$

2. สัดส่วน(P)ของผู้ถือหุ้นมากกว่า 100 หุ้น ไม่เกิน($\leq$) 70%

$H_0 : P \leq 0.7$

3. รายได้เฉลี่ย(μ)ของประชาชนต่อปี ไม่สูงกว่า($\leq$) 250,000 บาท

$H_0 : \mu \leq 250,000$

4. ผู้หญิง มีค่าใช้จ่ายเฉลี่ย ไม่แตกต่างจากผู้ชาย.

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

5. สัดส่วนการออมของผู้หญิง (P_1) สูงกว่า สัดส่วนการออมของผู้ชาย (P_2) อยู่ 0.1

$H_0: P_1 - P_2 = 0.1$

ความผิดพลาดในทางสถิติ แบ่งเป็น 2 ประเภท

1. Type I error

-: ความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง

ความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 เรียกว่า ระดับนัยสำคัญ เขียนแทนด้วย α

2. Type II error

-: ความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ

ความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 2 เขียนแทนด้วย β และ $1-\beta$ เรียกว่า กำลังการทดสอบ

อาณาเขตวิกฤต (Critical Region)

พื้นที่ที่ใช้ในการปฏิเสธ H_0

ค่าวิกฤต (Critical Value)

ค่าที่ใช้ในการแบ่งอาณาเขตวิกฤตกับอาณาเขตยอมรับ

ค่าสถิติทดสอบ (Test Statistic)

ค่าที่ใช้ในการพิจารณาว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0

ประเภทของการทดสอบ แบ่งตามสมมติฐานทางเลือก

1. การทดสอบทางเดียว (One-tailed Test) ; $>$, $<$
2. การทดสอบสองทาง (Two-tailed Test) ; $\neq$

ขั้นตอนในการทดสอบ

1. กำหนด H_0 และ H_1
2. กำหนด α
3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ
4. กำหนดอาณาเขตวิกฤต
5. สรุปผล ปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าสถิติทดสอบตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต

8 ส.ค. 62

การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของประชากร

มีขั้นตอนในการทดสอบ ดังนี้

1. กำหนด H_0 และ H_1 โดย

$H_0: \mu \le \mu_0$ และ $H_1: \mu > \mu_0$

$H_0: \mu \ge \mu_0$ และ $H_1: \mu < \mu_0$

$H_0: \mu = \mu_0$ และ $H_1: \mu \ne \mu_0$

2. กำหนด α

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 1 ทราบ σ^2 $\quad z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

กรณี 2 ไม่ทราบ σ^2 และ $n \ge 30$ $\quad z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

กรณี 3 ไม่ทราบ σ^2 และ $n < 30$ $\quad t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

4. กำหนดอาณาเขตวิกฤต

ถ้า $H_1: \mu > \mu_0$ กรณี 1 และ 2 อาณาเขตวิกฤตคือ $z > z_\alpha$

กรณี 3 〃 $t > t_{\alpha, n-1}$

ถ้า $H_1: \mu < \mu_0$ กรณี 1 และ 2 〃 $z < -z_\alpha$

กรณี 3 〃 $t < -t_{\alpha, n-1}$

ถ้า $H_1: \mu \ne \mu_0$

กรณี 1 และ 2 อาณาเขตวิกฤตคือ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

กรณี 3 〃 $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$; $\nu = n-1$

5. สรุปผล ปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าสถิติทดสอบตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต

EX ผู้จัดการโรงงานผลิตยางแผ่นคาดว่า ความหนาเฉลี่ย μ ของยางที่ผลิตได้เท่ากับ 1 นิ้ว ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.1 นิ้ว ถ้าสุ่มยางแผ่นมา 25 แผ่น ตรวจสอบพบว่า มีความหนาเฉลี่ย 1.05 นิ้ว จงทดสอบความเชื่อของผู้จัดการ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ $\mu = 1$, $\sigma = 0.1$, $n = 25$, $\bar{x} = 1.05$

$H_0: \mu = 1$

$H_1: \mu \neq 1$

$\alpha = 0.05$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 1 $$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{1.05 - 1}{0.1/\sqrt{25}} = \underline{2.5}$$

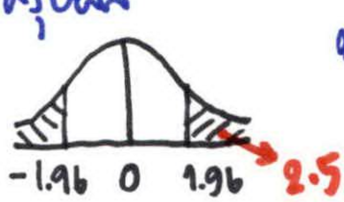
อาณาเขตวิกฤต

$z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

$z < -z_{0.025}$ หรือ $z > z_{0.025}$

$z < -1.96$ หรือ $z > 1.96$

สรุปผล



ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ความเชื่อของผู้จัดการโรงงานไม่เป็นจริง

EX [ผู้จัดการโรงงานเชื่อว่า ปริมาณวัตถุดิบที่จะใช้ในโรงงาน โดยเฉลี่ย (μ) ไม่ต่ำกว่า ($\geq$) 480 ตันต่อวัน] จึงเก็บข้อมูลปริมาณวัตถุดิบต่อวัน เป็นเวลา 36 วัน คำนวณได้ปริมาณเฉลี่ย 482 ตันต่อวัน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 24 ตัน จงทดสอบความเชื่อของผู้จัดการโรงงาน ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ $n = 36$, $\bar{x} = 482$, $s = 24$

✓ $H_0: \mu \geq 480$

$H_1: \mu < 480$

$\alpha = 0.05$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 2 $$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{482 - 480}{24/\sqrt{36}} = 0.5$$

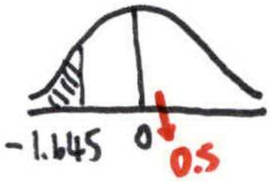
อาณาเขตวิกฤต

$Z < -Z_\alpha$

$Z < -Z_{0.05}$

$Z < -1.645$

สรุปผล



ยอมรับ H_0 นั่นคือ ความเชื่อของผู้จัดการโรงงานเป็นจริง

EX [บริษัทเชื่อว่า เงินปันผลที่จ่ายให้แก่ลูกค้า เฉลี่ย รายละไม่เกิน ($\leq$) 20,000 บาท] เพื่อทดสอบความเชื่อดังกล่าว จึงสุ่มลูกค้า 25 คน พบว่าได้รับเงินปันผลเฉลี่ย 21,000 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4,000 บาท จงทดสอบความเชื่อของบริษัท ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ ✓ $H_0: \mu \leq 20{,}000$ | $n = 25$, $\bar{x} = 21{,}000$

$H_1: \mu > 20{,}000$ | $s = \cancel{4000}\ 4{,}000$

$\alpha = 0.01$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 3 $$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{21{,}000 - 20{,}000}{4{,}000/\sqrt{25}} = \underline{1.25}$$

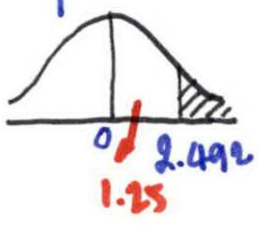
อาณาเขตวิกฤต

$t > t_{\alpha, n-1}$

$t > t_{0.01, 24}$

$t > \underline{2.492}$

สรุปผล



ยอมรับ H_0 นั่นคือ ความเชื่อของบริษัทเป็นจริง

การทดสอบสมมติฐานผลต่างค่าเฉลี่ย 2 ประชากรกรณีอิสระ

มีขั้นตอนในการทดสอบดังนี้

1. กำหนด H_0 และ H_1 โดย

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \le k$ และ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > k$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge k$ และ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < k$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = k$ และ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \ne k$

2. กำหนด α

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 1 ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 $\quad z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - k}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$

กรณี 2 ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 และ $n_1, n_2 \ge 30$

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - k}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$$

กรณี 3 ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ $n_1, n_2 < 30$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - k}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad ; \quad S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

กรณี 4 ไม่ทราบ σ_1^2 และ σ_2^2 แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$ และ $n_1, n_2 < 30$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - k}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

4. กำหนดอาณาเขตวิกฤต

ถ้า $H_1: \mu_1 - \mu_2 > k$ กรณี 1 และ 2 อาณาเขตวิกฤตคือ $z > z_\alpha$

กรณี 3 " ———— " $t > t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$

กรณี 4 " ———— " $t > t_{\alpha, \nu}$

ถ้า $H_1: \mu_1 - \mu_2 < k$ กรณี 1 และ 2 ตกอยู่ในเขตวิกฤตคือ $z < -z_\alpha$

กรณี 3 〃 $t < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$

กรณี 4 〃 $t < -t_{\alpha, \nu}$

ถ้า $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq k$ ~~กรณี~~

กรณี 1 และ 2 ตกอยู่ในเขตวิกฤตคือ $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

กรณี 3 〃 $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$; $\nu = n_1+n_2-2$

กรณี 4 〃 $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$; ν คำนวณ.

๗. สรุปผล

15 ส.ค.62

EX แผนกทำความสะอาดของโรงแรมแห่งหนึ่ง สนใจถุงมือยางยี่ห้อ A และ B ซึ่งมีราคาเท่ากัน และจะเลือกซื้อถุงมือยางยี่ห้อที่มีอายุการใช้งานนานกว่า จึงสุ่มถุงมือยางยี่ห้อ A และ B มายี่ห้อละ 10 คู่ พบว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ยเท่ากับ 10 และ 8 สัปดาห์ ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 และ 2 สัปดาห์ ตามลำดับ จงพิจารณาว่า แผนกทำความสะอาดจะเลือกซื้อถุงมือยางยี่ห้อใด หากทราบว่า อายุการใช้งานของถุงมือยางทั้ง 2 ยี่ห้อ มีการแจกแจงปกติด้วยความแปรปรวนเท่ากัน ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ให้ ① : A ② : B

$n_1 = 10,\ n_2 = 10,\ \bar{x}_1 = 10,\ \bar{x}_2 = 8,\ s_1 = 3,\ s_2 = 2$

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_0: \mu_1 \le \mu_2 \Rightarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 \le 0$

$H_1: \mu_1 > \mu_2 \quad\ \ H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

$\alpha = 0.05$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 3 $$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - k}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{[(10-1)\times 3^2] + [(10-1)\times 2^2]}{10+10-2} = 6.5$$

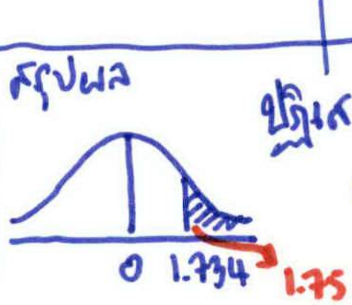
$$t = \frac{(10-8)-0}{\sqrt{6.5\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)}} = \frac{1.75}{}$$

หาเขตวิกฤต

$t > t_{0.05,\ 10+10-2}$

$t > \underline{1.734}$

สรุปผล



ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ซื้อถุงมือยางยี่ห้อ A

EX จาก EX ที่แล้ว หากพบว่า อายุการใช้งานของถุงมือยางทั้ง 2 ยี่ห้อ มีการแจกแจงปรกติ ด้วยความแปรปรวนไม่เท่ากัน จงพิจารณาว่าแผนกทำความสะอาด จะเลือกซื้อ ถุงมือยางยี่ห้อใด ณ $\alpha = 0.05$

วิธีทำ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ กรณี 4

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

$\alpha = 0.05$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - k}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(10-8)-0}{\sqrt{\frac{3^2}{10} + \frac{2^2}{10}}} = 1.754$$

อาณาเขตวิกฤต

$t > t_{0.05, \nu}$

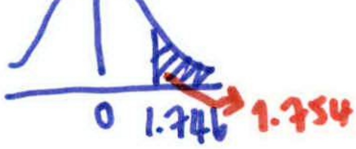
$t > t_{0.05, 16}$

$t > 1.746$

$$\nu = \frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1}\right]^2}{n_1 - 1} + \frac{\left[\frac{s_2^2}{n_2}\right]^2}{n_2 - 1}}$$

$$= \frac{\left[\frac{3^2}{10} + \frac{2^2}{10}\right]^2}{\frac{\left[\frac{3^2}{10}\right]^2}{9} + \frac{\left[\frac{2^2}{10}\right]^2}{9}} = \begin{matrix} 15.794 \\ 15.68 \end{matrix} \approx 16$$

สรุปผล



ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ เลือกซื้อถุงมือยางยี่ห้อ A

EX สุ่มพนักงานบริษัท ก จำนวน 36 คน พบว่ามีรายได้เฉลี่ย 21,300 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,000 บาท และสุ่มพนักงานบริษัท ข จำนวน 30 คน พบว่า รายได้เฉลี่ย 20,000 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 500 บาท จงทดสอบว่า รายได้เฉลี่ยของพนักงานบริษัท ก มากกว่า บริษัท ข ไม่ต่ำกว่า ($\geq$) 1,000 บาท ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ ให้ ① -: ก ② -: ข.

$n_1 = 36, \ \bar{x}_1 = 21{,}300, \ s_1 = 1{,}000$

$n_2 = 30, \ \bar{x}_2 = 20{,}000, \ s_2 = 500$

✓ $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 1{,}000$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 < 1{,}000$

$\alpha = 0.01$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

กรณี 2

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - k}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} = \frac{(21{,}300 - 20{,}000) - 1{,}000}{\sqrt{\frac{1000^2}{36} + \frac{500^2}{30}}}$$

$$= \underline{1.579}$$

0.05 / 0.035 / 0.03 / 1.578

1.579

อาณาเขตวิกฤต

$z < -z_\alpha$

$z < -z_{0.01}$

$z < \underline{-2.326}$

สรุปผล

ยอมรับ H_0 นั่นคือ รายได้เฉลี่ยของพนักงาน บ.ก มากกว่า บริษัท ข. ไม่ต่ำกว่า 1,000 บาท

<u>EX</u> จาก <u>EX</u> พนักงานบริษัท จงทดสอบว่า รายได้เฉลี่ยของพนักงาน บริษัทก <u>มากกว่า</u> บริษัทข <u>เกิน</u> 900 บาท หรือไม่ ณ $\alpha = 0.01$ หากทราบว่า รายได้ของพนักงานทั้ง 2 บริษัท มีการแจกแจงปรกติ ด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1200 และ 800 บาท ตามลำดับ

<u>วิธีทำ</u> $n_1 = 36, \quad \bar{x}_1 = 21{,}300, \quad \sigma_1 = 1{,}200$

$n_2 = 30, \quad \bar{x}_2 = 20{,}000, \quad \sigma_2 = \cancel{8{,}000}\ 800$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \le 900$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 900$

$\alpha = 0.01$

ค่าสถิติทดสอบ

กรณี 1 $$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - k}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{(21{,}300 - 20{,}000) - 900}{\sqrt{\frac{1200^2}{36} + \frac{800^2}{30}}}$$

$$= \frac{1.615}{} \qquad z = 1.615$$

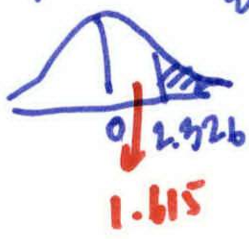
อาณาเขตวิกฤต

$z > z_\alpha$

$z > z_{0.01}$

$z > 2.326$

สรุปผล



ยอมรับ H_0 นั่นคือ รายได้เฉลี่ยของพนักงานบริษัทก มากกว่าบริษัทข ไม่เกิน 900 บาท

การทดสอบสมมติฐานผลต่างค่าเฉลี่ย 2 ประชากร กรณีสัมพันธ์กัน

มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนด H_0 และ H_1

   $H_0: \mu_d \le k$ และ $H_1: \mu_d > k$

   $H_0: \mu_d \ge k$ และ $H_1: \mu_d < k$

   $H_0: \mu_d = k$ และ $H_1: \mu_d \ne k$

2. กำหนด α

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$t = \frac{\bar{d} - k}{s_d/\sqrt{n}}$$

4. กำหนดอาณาเขตวิกฤต

   ถ้า $H_1: \mu_d > k$ อาณาเขตวิกฤตคือ $t > t_{\alpha, n-1}$

   ถ้า $H_1: \mu_d < k$ 〃 〃 $t < -t_{\alpha, n-1}$

   ถ้า $H_1: \mu_d \ne k$ 〃 〃 $t < -t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ หรือ $t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

5. สรุปผล

19 ส.ค. 62

EX ยอดขายน้ำอัดลม (หน่วย: พันบาท) ในฤดูร้อนและฤดูฝนของร้านค้า 5 แห่ง เป็นดังนี้

ร้านที่	1	2	3	4	5
ฤดูร้อน	15	20	18	12	25
ฤดูฝน	12	17	16	10	20

จงทดสอบว่า ผลต่างยอดขายน้ำอัดลมโดยเฉลี่ยของฤดูร้อนและฤดูฝน ไม่ต่ำกว่า ($\geq$) 3,500 บาท ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

$H_0: \mu_d \geq 3{,}500$ (3.5 พันบาท)

$H_1: \mu_d < 3{,}500$ (3.5 พันบาท.

$\alpha = 0.05$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ ;

ร้านที่ i	1	2	3	4	5
d_i = ร้อน-ฝน	3	3	2	2	5

$$t = \frac{\bar{d} - k}{s_d/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{3 - 3.5}{1.22/\sqrt{5}} = -0.92$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{3+3+2+2+5}{5} = 3$$

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(3-3)^2 + (3-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (5-3)^2}{4}$$

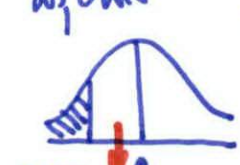
$= 1.5$; $s_d = 1.22$

อาณาเขตวิกฤต

$t < -t_{0.05, 5-1}$

$t < -2.132$

สรุปผล



ยอมรับ H_0 นั่นคือ ผลต่างยอดขายน้ำอัดลมโดยเฉลี่ยของฤดูร้อนและฝนไม่ต่ำกว่า 3,500 บาท

การทดสอบสมมติฐาน สัดส่วนของประชากร

มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนด H_0 และ H_1

   $H_0: p \le p_0$ และ $H_1: p > p_0$

   $H_0: p \ge p_0$ และ $H_1: p < p_0$

   $H_0: p = p_0$ และ $H_1: p \ne p_0$

2. กำหนด α

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

4. กำหนดอาณาเขตวิกฤต

   ถ้า $H_1: p > p_0$ อาณาเขตวิกฤตคือ $Z > Z_\alpha$

   ถ้า $H_1: p < p_0$ " $Z < -Z_\alpha$

   ถ้า $H_1: p \ne p_0$ " $Z < -Z_{\alpha/2}$ หรือ $Z > Z_{\alpha/2}$

5. สรุปผล

EX ผู้จัดการธนาคาร ก. เชื่อว่า สัดส่วนของประชาชนที่เป็นลูกค้าไม่เกิน ($\le$) 0.5 ดังนั้นจึงให้ฝ่ายวิเคราะห์ ทำการศึกษา โดยสุ่มประชาชน จำนวน 500 คน พบว่า เป็นลูกค้าของธนาคาร จำนวน 270 คน จงทดสอบความเชื่อของผู้จัดการ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ✗ $H_0: p \le 0.5$

✓ $H_1: p > 0.5$

$\alpha = 0.05$

ค่าสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{270}{500} = 0.54$$

$$Z = \frac{0.54 - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{500}}} = 1.79$$

0.02
1.79
1.79
1.41

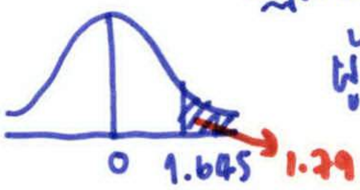
อาณาเขตวิกฤต

$z > z_{\alpha}$

$z > z_{0.05}$

$z > 1.645$

สรุปผล



ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ความเชื่อของผู้จัดการไม่ถูกต้อง

การทดสอบสมมติฐานผลต่างสัดส่วนประชากร

มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนด H_0 และ H_1

   $H_0: p_1 - p_2 \le p_0$ และ $H_1: p_1 - p_2 > p_0$

   $H_0: p_1 - p_2 \ge p_0$ และ $H_1: p_1 - p_2 < p_0$

   $H_0: p_1 - p_2 = p_0$ และ $H_1: p_1 - p_2 \ne p_0$

2. กำหนด α

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

   กรณี $p_0 = 0$

   $$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad ; \quad \hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

   กรณี $p_0 \ne 0$

   $$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

4. อาณาเขตวิกฤต

   เช่นเดียวกับ การทดสอบ 1 สัดส่วน

5. สรุปผล

EX ผู้จัดการธนาคาร ก. เชื่อว่า สัดส่วนของลูกค้าใน อ. สันทราย และ อ. แม่ริม ไม่แตกต่างกัน จึงสุ่มประชาชนใน อ.สันทราย 500 คน พบว่าเป็น ลูกค้าของธนาคาร 240 คน 〃 แม่ริม 400 คน 〃 200 คน จงทดสอบความเชื่อของผู้จัดการธนาคาร ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ $\hat{p}_{\text{สันทราย}} = \frac{280}{500} = 0.56$

$\hat{p}_{\text{แม่ริม}} = \frac{200}{400} = 0.5$

① -: สันทราย

② -: แม่ริม

$H_0: P_1 = P_2 \Rightarrow H_0: P_1 - P_2 = 0$

$H_1: P_1 \neq P_2 \qquad H_1: P_1 - P_2 \neq 0$

$\alpha = 0.05$

ค่าสถิติทดสอบ กรณี $P_0 = 0$

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad ; \quad \hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{280 + 200}{500 + 400} = 0.53$$

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0.47$$

$$= \frac{0.56 - 0.5}{\sqrt{(0.53)(0.47)\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{400}\right)}} = 1.79 \quad 0.179.$$

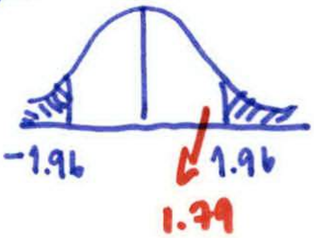
อาณาเขตวิกฤต

$z < -z_{\alpha/2}$ หรือ $z > z_{\alpha/2}$

$z < -z_{0.025}$ หรือ $z > z_{0.025}$

$z < -1.96$ หรือ $z > 1.96$

สรุปผล



ยอมรับ H_0 นั่นคือความเชื่อของผู้จัดหาเป็นจริง

การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของประชากร

มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนด H_0 และ H_1

   $H_0: \sigma^2 \le \sigma_0^2$ และ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$

   $H_0: \sigma^2 \ge \sigma_0^2$ และ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$

   $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ และ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

2. กำหนด α

3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

4. กำหนดอาณาเขตวิกฤต

   ถ้า $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ อาณาเขตวิกฤตคือ $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, n-1}$

   ถ้า $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$ ——— $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha, n-1}$

   ถ้า $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ——— $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha/2}$ หรือ $\chi^2 > \chi^2_{\alpha/2}$

   ที่ $\nu = n-1$

5. สรุปผล

EX บริษัทเชื่อว่าร้านค้าที่อยู่ภาคใต้ที่ดูแล มีความแปรปรวนของยอดขายรายเดือนไม่เกิน 50,000 บาท^2 ดังนั้นฝ่ายวางแผนจึงสุ่มร้านค้า 5 ร้าน พบว่ามีความแปรปรวนของยอดขายรายเดือน 100,000 บาท^2 จงทดสอบความเชื่อของบริษัท ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05